

# Modelos en el diseño por bielas y tirantes

*Principios. Regiones B y D en elementos estructurales. Modelo de bielas y tirantes. Análisis tridimensional en bielas y tirantes. Resistencias en bielas y nodos. Modelo en muros cortos. Modelo para vigas cortas. Modelo para encuentro de viga y columna.*

## Principios

### Principio de Saint Venant (1797-1886)

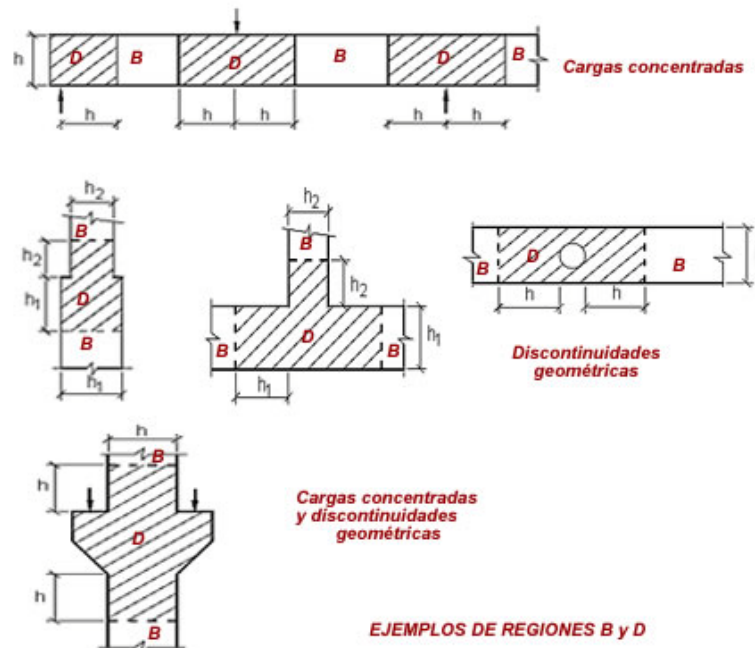
A cierta distancia de la sección donde actúa un sistema de fuerzas, la distribución de tensiones es prácticamente independiente de la distribución del sistema de fuerzas, siempre que su resultante y el momento resultante sean iguales.

### Principio de Santiago Bernoulli (1654 – 1705)

Se refiere a que las secciones transversales de una barra que se deforma por flexión permanecen planas y normales a las fibras deformadas. Las secciones planas sometidas a flexión, se mantienen planas durante la deformación.

## Regiones B y D en elementos estructurales

Instituto Nacional de Tecnología Industrial. *Capítulo 17. Modelos de Bielas y Tirantes*. Argentina, 2003.



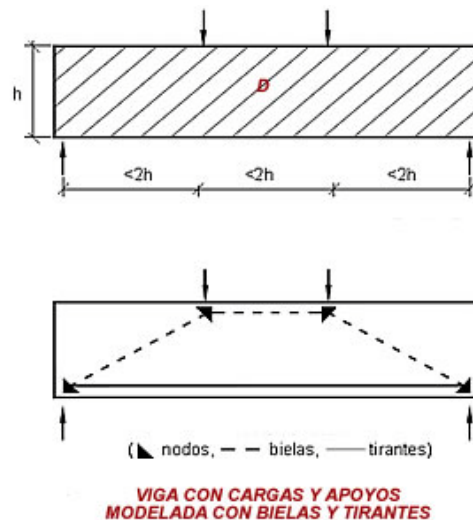
En estructuras de concreto armado es posible diferenciar dos tipos de regiones (B y D) dependiendo de la distribución de los esfuerzos en cada

una de ellas. En las regiones B es posible aplicar el principio de Bernoulli relativo a las secciones planas de la teoría de flexión. Fuera de ellas, se identifican regiones D (con discontinuidades) donde no es posible aceptar que las secciones permanecerán planas. Estas últimas se relacionan con la existencia de fuerzas concentradas (cargas o apoyos) o con variaciones bruscas en la geometría de la estructuras.

En la figura hay algunos ejemplos de las regiones B y D, a los que se pueden agregar los casos de vigas cortas (peraltadas), columnas cortas o acortadas, o muros cortos.

## Modelo de bielas y tirantes

Constituye una simplificación estructural de la o las regiones D a través de un sistema reticulado compuesto por *bielas* (capaces de soportar compresión) y *tirantes* (apropiadas para tensión), unidas por *nodos*.



Las *bielas* representan los espacios comprimidos (resultantes de un campo de compresión), pueden ser paralelos o en forma de abanico. Se les idealiza con elementos prismáticos, aunque pudieran plantearse en forma cilíndrica adelgazándose hacia las puntas. Pueden necesitar refuerzo transversal.

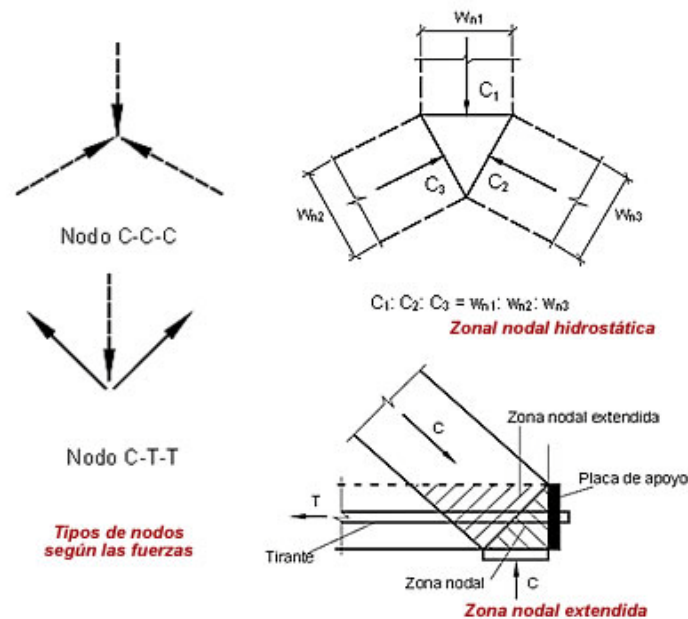
Los *tirantes* son modelados por las varillas de acero rodeadas por una porción de concreto (que no soporta fuerzas axiales pero reduce el alargamiento del refuerzo).

Los *nodos* son los puntos de encuentro entre bielas y tirantes. Soportan cuando menos tres fuerzas en equilibrio (en compresión, C, o en tracción, T).

El espacio de concreto a través del cual el nodo transfiere los esfuerzos entre bielas y tirantes, se conoce como *zona nodal*. En la *zona nodal hidrostática* los esfuerzos son iguales en todas las direcciones (la figura ilustra el caso de tres bielas en donde debe cumplirse que los esfuerzos en ellas son proporcionales a las longitudes de las caras de las zonas nodales). En la *zona nodal extendida* se intercepan el ancho efectivo de la biela con el ancho efectivo del tirante.

El proceso para el diseño de un modelo de bielas y tirantes sigue los siguientes pasos generales:

- Identificar las regiones D.
- Determinar los esfuerzos resultantes en los bordes de cada región D.



- Diagramar un modelo de reticulado para transmitir los esfuerzos resultantes desde la región D. Compresión desde las bielas. Tracción desde los tirantes. El refuerzo de los tirantes debe estar apropiadamente anclado en la correspondiente zona nodal.
- Calcular los esfuerzos en bielas y tirantes.
- Determinar los anchos efectivos y las zonas nodales a partir de las resistencias efectivas del concreto.
- Determinar el refuerzo de los tirantes a partir de las resistencias del acero.

## Análisis tridimensional en bielas y tirantes

### Referencia

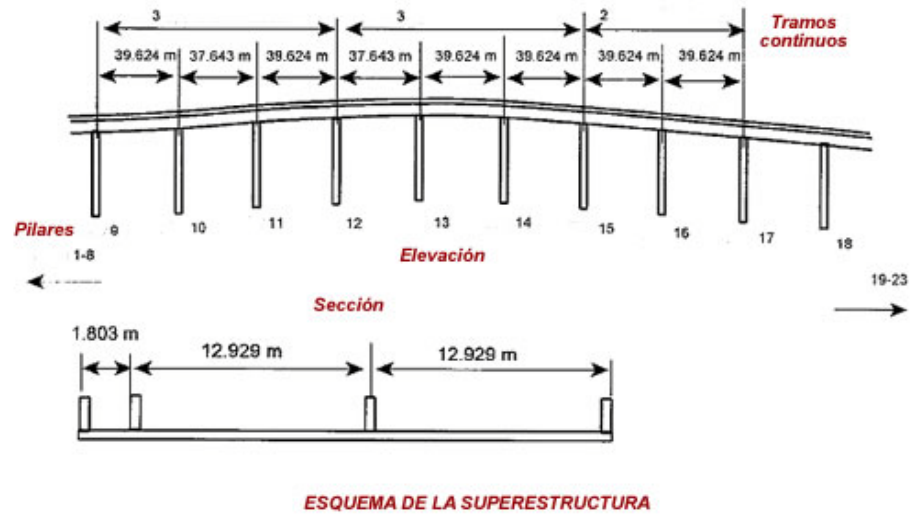
Chung S. Cai (Louisiana State University, USA). *Three-Dimensional Strut-and-Tie Analysis for Footing Rehabilitation*. Practice Periodical of Structural Design and Construction. Vol 7, N° 1, February 1, 2002. ASCE, USA.

Se desarrolla un modelo tridimensional de bielas y tirantes para el análisis de un sistema de cimentación a fin de explicar las causas del agrietamiento y plantear las acciones de rehabilitación. El modelo simula la secuencia de la construcción y llega a explicar las causas del agrietamiento concluyendo que los problemas se produjeron en la etapa de construcción. Son recomendadas fuerzas de pos tensión para cerrar las grietas y prevenir nuevas. En el modelo se consideraron cinco niveles distintos de rigidez tratando de representar situaciones sin y con grietas. También se desarrolló un modelo tridimensional de elementos finitos.

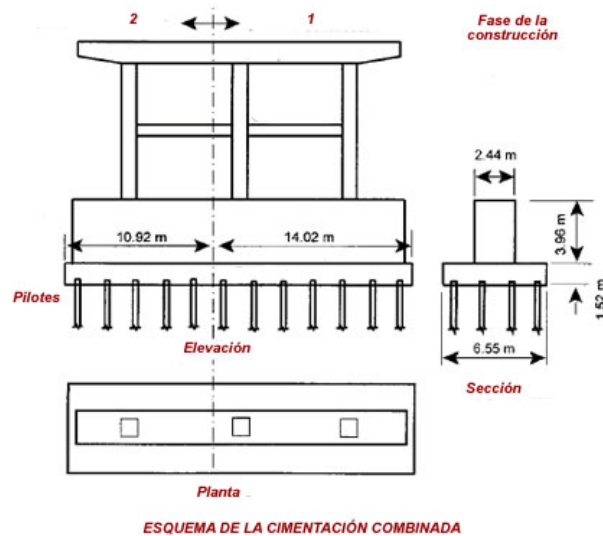
### Introducción

La estructura objeto del estudio es un puente en Volusia County, Florida, construido en 1990 en reemplazo de otro más antiguo. La longitud del puente es de 745.31 m en 23 tramos con longitudes variables entre 27.1 a 39.62 m. Los pilares 2 a 9 y 18 a 23 están asentados en cimentaciones

individuales, mientras que del 10 al 17 en zapatas combinadas. La construcción fue ejecutada en dos fases. Una primera al costado del puente antiguo. La otra, al ser éste demolido.



Las cimentaciones combinadas tienen un sistema de pilotes y otros elementos verticales (columnas) y horizontales (zapata, vigas y cabezales). Se adjuntan los diagramas ilustrativos.

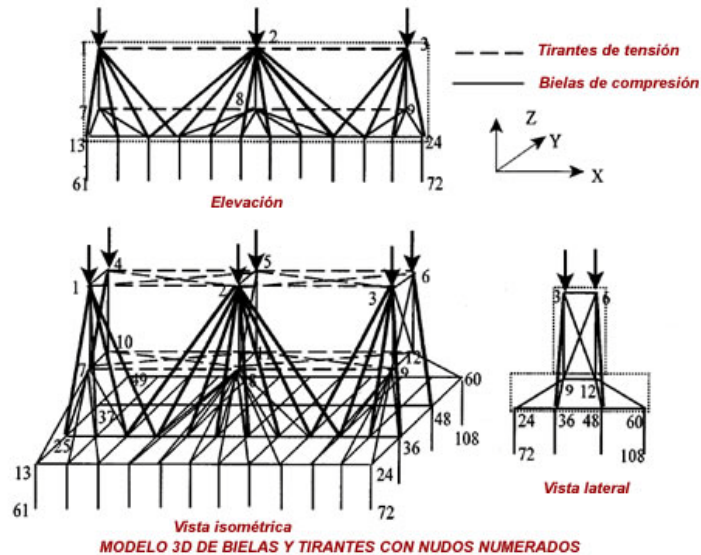


Las inspecciones de grietas en la cimentación combinada indicaron que las más severas estaban en la zona construida en la primera fase. Las áreas de la segunda fase revelaron grietas menores. No se encontraron asentamientos diferenciales significativos en ningún caso, excluyéndose esta razón de causal de agrietamientos. La hipótesis fue que durante la construcción se produjeron desbalances de fuerzas en la cimentación. El objetivo del estudio fue desarrollar un modelo analítico que explique las causas del agrietamiento y ayude a diseñar su rehabilitación.

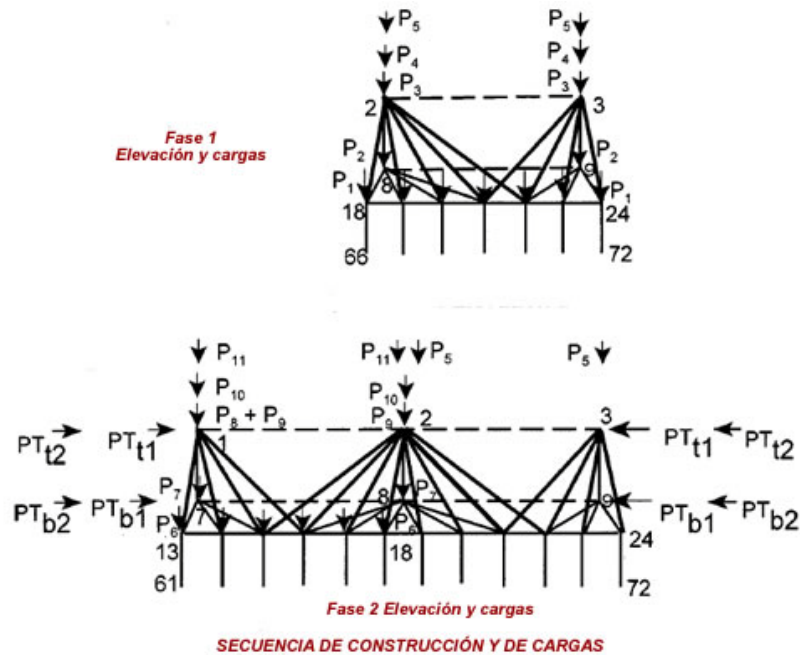
Se eligió un modelo tridimensional de bielas y tirantes para cumplir con este propósito.

## Modelo tridimensional

El nivel de utilidad de un modelo de bielas y tirantes se relaciona con su capacidad para representar los flujos de fuerza: las de compresión en el caso de las bielas, las de tracción para los tirantes. El que se trata de representar en este estudio corresponde a la T invertida (desde la viga superior a los pilotes) que conforma el sistema de la cimentación combinada del diagrama previo. Para seguir la geometría, se utilizó una representación tridimensional. Debe visualizarse el flujo de fuerzas tanto longitudinal como transversalmente. El modelo se ilustra en el siguiente diagrama.



La vista lateral muestra el flujo de fuerzas en la dirección transversal: eventualmente todas las cargas necesitan ir hacia los pilotes. Se respeta el hecho de que la zapata tiene menos ancho que el cabezal de los pilotes.



En la vista de elevación el flujo de fuerzas se dirige en dirección longitudinal, están distribuidas directamente hacia la cabeza de los pilotes o a través de la zapata.

En la vista isométrica las posibles líneas de tracción están dibujadas a trazos, son representadas por tirantes. Sin embargo, si el análisis indicara que son fuerzas de compresión, el tirante es cambiado por biela. Se haría también el cambio en caso que fuese al revés.

En razón del agrietamiento, se fueron variando las rigideces de la estructura a través de varias iteraciones. Ello se consiguió variando los tamaños de bielas y tirantes.

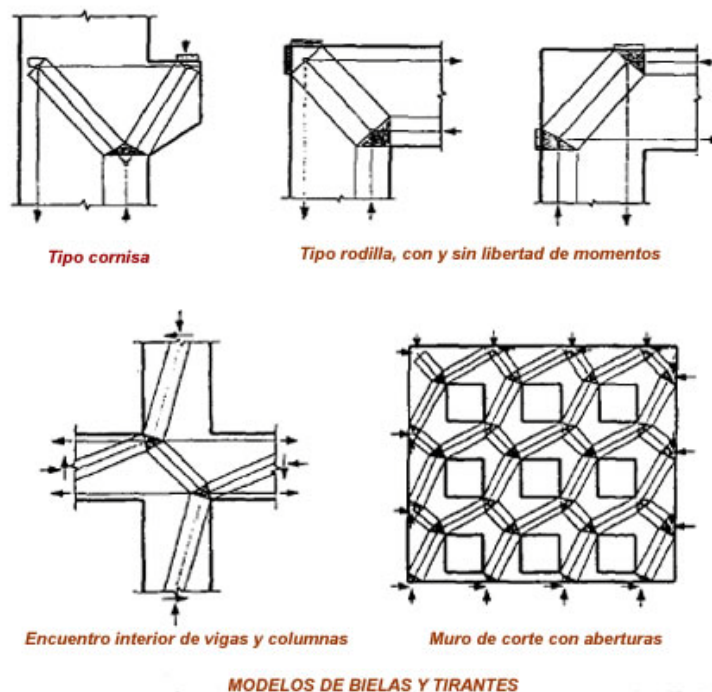
Para simular las fases de construcción, se modeló la aplicación de las cargas siguiendo la secuencia de la construcción. Ello incluye el peso propio (cabezal de pilotes, la zapata, las columnas, viga superior, superestructura), cargas vivas, fuerzas de pos tensión.

## Resistencias en bielas y nodos

### Referencia

Young Mook Yun and Julio A. Ramírez (Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA). *Strength of Struts and Nodes in Strut-Tie Model*. Journal of Structural Engineering. Vol 122, N° 1, January, 1996. ASCE, USA.

El artículo se refiere a los niveles de esfuerzos efectivos del concreto en bielas y para verificar la capacidad de carga de las zonas nodales en modelos de bielas y tirantes. A partir de un análisis bidimensional y no lineal de elementos finitos, se emplean relaciones entre los esfuerzos principales correspondientes a las regiones D de un modelo de bielas y tirantes. Igualmente usando análisis no lineal de elementos finitos y criterios de falla, así como la geometría de la estructura, se obtiene y verifica la capacidad de carga de las zonas nodales. Se ilustra la aproximación propuesta con el análisis de una viga de concreto probada a la falla y usando un modelo de bielas y tirantes.



### Introducción

Los modelos de bielas y tirantes son herramientas para investigar el equilibrio entre las cargas, las reacciones, y las fuerzas internas en

concreto y en el refuerzo. Constituyen representaciones discretas del campo real de esfuerzos resultante de cargas y condiciones de apoyo. Representan una aproximación del flujo de compresión de esfuerzos (con las bielas) y los de tracción (por tirantes).

Con estos modelos se representa el comportamiento estructural al tiempo que proporcionan una herramienta para el detalle (anclaje por ejemplo) y el dimensionamiento.

Un criterio de diseño aceptado es lograr elementos estructurales cuyas secciones críticas exhiban comportamientos dúctiles bajo condiciones extremas. Con ello, el refuerzo fluye antes de que el concreto falle. Para esto, es necesario colocar un límite a los niveles de esfuerzo en el concreto, cuya resistencia a la compresión es afectada por factores como: el agrietamiento, el refuerzo, el confinamiento, el estado multiaxial de esfuerzos, por lo que es difícil conseguir que el modelo alcance un único valor pico de resistencia del concreto.

## Resistencia de material en bielas y zonas nodales

### ◆ Esfuerzo efectivo en bielas

Existen varias propuestas de niveles efectivos de esfuerzos en el concreto de bielas de concreto, el mismo que se expresa en la relación genérica:  $f_c = v f'_c$ , donde  $v$  es un factor de efectividad con valor menor a la unidad. El artículo cita los siguientes valores provenientes de estudios entre 1987 y 1992.

Factor de efectividad	Condiciones del concreto en bielas
0.85	Esfuerzos de compresión en material no perturbado y en un estado uniaxial de esfuerzos.
0.68	Agrietamiento paralelos a la biela con un ancho normal, provocados por deformaciones de tensión o acción del refuerzo perpendicular a la biela.
0.51	Grietas en ángulo respecto al eje de la biela producidas por deformaciones de tensión o refuerzo con ángulo inclinado respecto al eje de la biela.
0.34	Grietas inclinadas de ancho extraordinario.
0.50	Bielas de compresión aisladas en vigas peraltas o regiones D.
0.25	Varias ondas de grietas en vigas esbeltas con bielas en ángulo de 45°.
0.85	Bielas diagonales moderadamente confinadas, orientadas directamente desde el punto de carga al apoyo (con una relación menor a 2 entre la luz de corte y el peralte).
0.75	Bielas formando mecanismos de arco.
0.50	Miembros de arco en vigas pretensadas.
0.95	Bielas sin perturbar y altamente esforzadas en compresión.

#### ◆ En zonas nodales

La resistencia del concreto en zonas nodales depende de factores como: (1) el confinamiento en razón de las reacciones, bielas de compresión, placas de anclaje del pretensado, refuerzos y ganchos, (2) los efectos de discontinuidades en las deformaciones provocadas por las tensiones del anclaje en o a través de la zona nodal, y (3) la partición de esfuerzos resultante del anclaje de las barras del refuerzo en las bielas o inmediatamente detrás de la zona nodal. Los esfuerzos efectivos que reporta el estudio, entre 1987 y 1991 se resumen en la siguiente tabla (el factor de efectividad puede ser mayor que la unidad en caso de zonas confinadas).

Factor de efectividad	Condiciones de la zona nodal
0.85	Nodos compresión - compresión - compresión.
0.68	Nodos donde el refuerzo está anclado en o a través del nodo.
0.85	Nodos limitados por bielas en compresión y áreas de apoyo.
0.65	Nodos anclando un tirante en tensión.
0.50	Nodos con tirantes anclados en más de una dirección.
0.8, para $f'_c \leq 27.9 \text{ MPa}$	Nodos sin confinar y sin placas de apoyo.
2.5	Nodos confinados triaxialmente.

## Modelo en muros cortos

### Referencia

Shyh-Jiann Hwang, Wen-Hung Fang, Hung-Jen Lee, and Hsin-Wan Yu (National Taiwan University of Science and Technology, Taipei, Taiwan). *Analytical Model for Predicting Shear Strength of Squat Walls*. Journal of Structural Engineering. Vol 127, N° 1, January, 2001. ASCE, USA.

Es propuesto un modelo de bielas y tirantes para determinar la resistencia al corte de muros cortos. El modelo propuesto satisface las relaciones de equilibrio, compatibilidad y constitutivas de concreto reforzado agrietado. Se calcularon las capacidades al corte de 62 muros cortos y se compararon los resultados con información experimental, con concordancia aceptable. También fueron usados los datos para estudiar los efectos de elementos de frontera, carga cíclica, y cargas verticales en la resistencia al corte del muro.

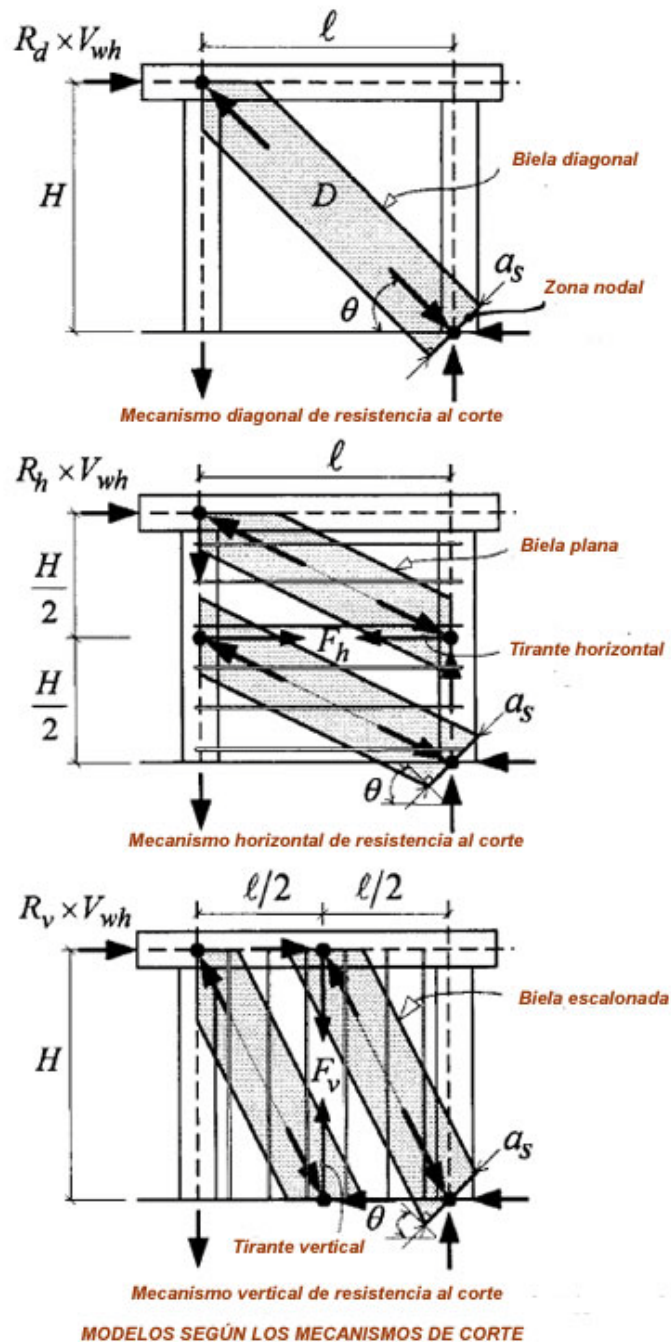
### Introducción

En general, los muros estructurales tienen un buen comportamiento ante solicitaciones sísmicas. Un buen diseño requiere que la falla del muro al corte no afecte la respuesta dúctil de la estructura bajo la excitación sísmica. Sin embargo para muros cortos (aquellos con una relación altura a

ancho menor que 2), la acción predominante es el corte, encontrándose dificultades para un análisis adecuado.

Aunque se han propuesto modelos para predecir la resistencia al corte de muros cortos (por ejemplo, con un estado uniforme de esfuerzos en el centro, y flujos de compresión en franjas paralelas). Modelos que no contemplan las perturbaciones por cargas concentradas en el tope y la cimentación al fondo. Los autores consideran que un modelo bielas y tirantes resulta en una mejor representación de flujo de esfuerzos en el muro con flujos de compresión concentrados en las bielas y de tensión en tirantes representados por el refuerzo.

### Modelo de bielas y tirantes



El modelo está orientado al estudio de resistencia al corte y comportamiento de muros cortos de concreto armado. Se reconocen tres de estos modelos en función de los mecanismos de transferencia de fuerzas en el muro corto: diagonal, horizontal y vertical.

En el modelo diagonal, está considerada una sola biela de compresión orientada según la diagonal del muro, asumiendo que coincide con los esfuerzos principales de compresión del concreto.

El mecanismo horizontal incluye un tirante horizontal y dos bielas planas. El tirante horizontal representa el refuerzo horizontal de corte. Es asumido que el refuerzo horizontal en el centro del muro es totalmente efectivo, mientras que los otros refuerzos horizontales actúan con el 50% de su efectividad.

El mecanismo vertical está constituido por un tirante vertical y dos bielas escalonadas. Se trata del refuerzo de corte vertical en el núcleo del muro (excluyendo el refuerzo vertical en los bordes).

## Modelo para vigas cortas

### Referencia

K. H. Tan and G. H. Cheng (Nanyang Technological University, Singapore). *Size Effect on Shear Strength of Deep Beams: Investigating with Strut-and-Tie Model*. Journal of Structural Engineering. Vol 132., N° 5, May 1, 2006. ASCE, USA.

Una viga corta agrietada se comporta como un arco en tensión. No es aplicable el análisis sobre la base de las secciones planas. Se conoce que la necesidad de corte decrece en la medida que aumenta el tamaño de la viga. En el estudio este efecto de tamaño en la resistencia al corte en vigas cortas es investigado usando un modelo de bielas y tirantes y el auxilio de elementos finitos. Hay otros factores complementarios influyentes, como la geometría de las bielas, y el espaciamiento y diámetro del refuerzo. Ello conduce a un modelo modificado, que también se comprueba en el estudio. Se considera que las verificaciones son satisfactorias.

### Introducción

Aunque se conoce del efecto de tamaño en vigas esbeltas que influyen el espaciamiento y diámetro del refuerzo (con variantes en el caso de vigas I). Sin embargo, esto no es directamente aplicable a vigas cortas o peraltadas (que en el caso del estudio están referidas a una relación de  $a/d$  -ver la figura- menor o igual a 3.38).

## Modelos de bielas y tirantes

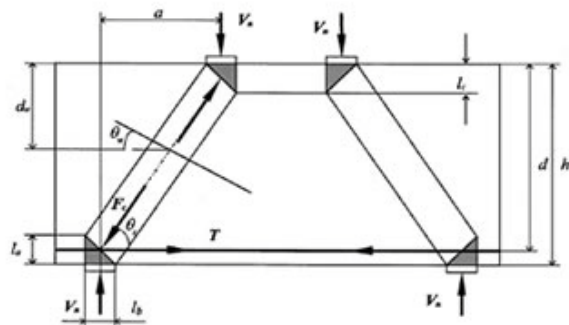
### ◆ Modelo simple

Válido tanto para vigas pretensadas o no, asume este modelo que el campo de esfuerzos es uniforme a través del ancho de la biela y a lo largo de la misma. Se asume un estado hidrostático en la zona nodal.

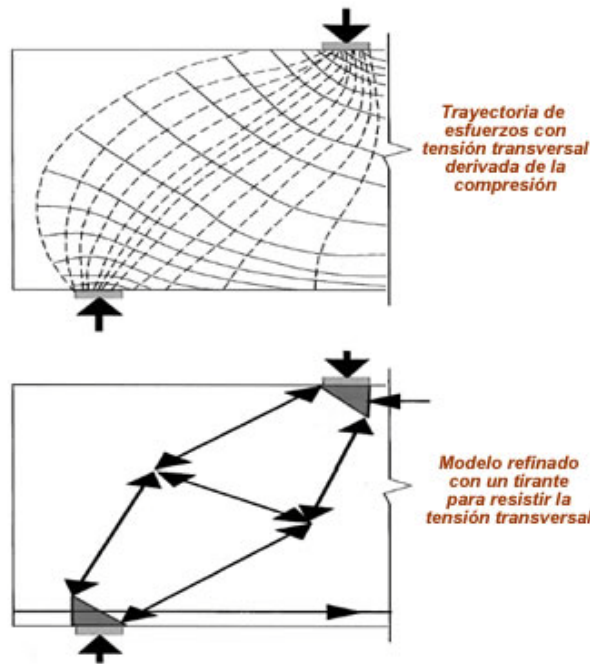
### ◆ Modelo refinado

En el modelo simple las magnitudes de los esfuerzos están determinadas como estáticas. Según un análisis de elementos finitos, los contornos de esfuerzos de compresión se expanden a lo largo de la biela inclinada, resultando propiamente en un campo de esfuerzos biaxial, tanto en la zona nodal como en la biela misma. Para tomar en cuenta este efecto, se agregó

un tirante de tensión en el medio de la biela inclinada. Esta nueva forma afecta el coeficiente de efectividad adoptado.



Modelo para una viga simplemente apoyada



MODELOS SIMPLE Y REFINADO PARA UNA VIGA CORTA

## Modelo para encuentro de viga y columna

### Referencia

Shyh-Jiann Hwang and Hung-Jen Lee (National Taiwan University of Science and Technology, Taipei, Taiwan). *Strength Prediction for Discontinuity Regions by Softened Strut-and-Tie Model*. Journal of Structural Engineering. Vol 128, N° 12, December 1, 2002. ASCE, USA

En este artículo se propone un método simplificado, basado en el modelo de bielas y tirantes, para determinar la resistencia al corte de regiones discontinuas fallando en compresión diagonal. Las predicciones de resistencia resultante correlacionan bien con las 449 pruebas en vigas peraltadas, cornisas, muros cortos, y encuentros de viga - columna, según están disponibles en la literatura. El método propuesto incorpora los mecanismos de resistencia al corte del modelo de bielas y tirantes, y que son función de la resistencia del concreto, refuerzo de corte horizontal,

refuerzo de corte vertical, y configuración geométrica. Incluye un ejemplo numérico.

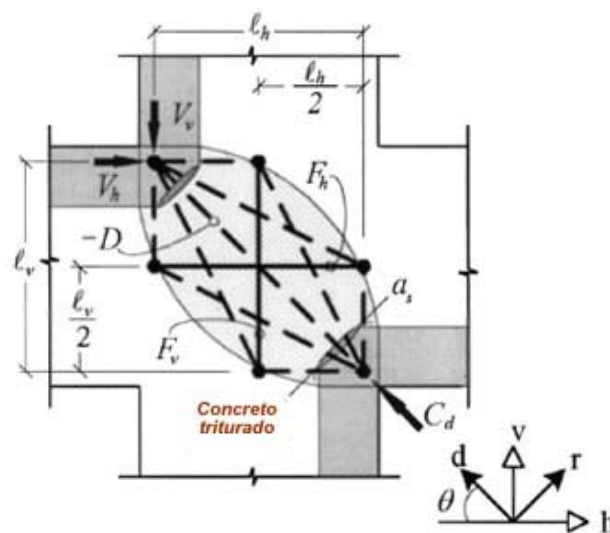
### Introducción

Las discontinuidades causan perturbaciones en los flujos de fuerzas internas. En el caso de interés del estudio, el flujo principal de fuerzas es a través de la diagonal con mayor compresión entre la carga y el apoyo, y la falla en esta región es usualmente gobernada por la trituración o aplastamiento de la biela diagonal de compresión.



En sus representaciones más completas, un modelo de bielas y tirantes debe satisfacer: equilibrio, compatibilidad, y relaciones constitutivas, con y sin agrietamiento.

### Modelo en un encuentro interior viga-columna



**MODELO DE BIELAS Y TIRANTES EN UN ENCUENTRO VIGA-COLUMNA**

La figura muestra un modelo para un encuentro viga-columna bajo fuerzas inducidas por un sismo. Se asume un deterioro de la adherencia en el

refuerzo de viga y columna y que los esfuerzos principales están concentrados a lo largo de la biela diagonal para causar una falla por corte. El flujo de esfuerzos concentrados es modelado con una biela plana, compuesta por mecanismos: diagonal, horizontal y vertical. Se considera una carga externa de corte y otras tres resultantes en las zonas de compresión que pueden ser tratadas como reacciones necesarias para mantener a la biela plana en equilibrio estable.